Ciencia Ergo Sum
ISSN: 1405-0269
ciencia.ergosum@yahoo.com.mx
Universidad Autónoma del Estado de México
México

Galindo Uribarri, Salvador; Rodríguez Meza, Mario Alberto
Los calculistas mentales
Ciencia Ergo Sum, vol. 21, núm. 3, noviembre, 2014, pp. 257-267
Universidad Autónoma del Estado de México
Toluca, México

de la Ciencia en México

Los calculistas mentales

Salvador Galindo Uribarri* y Mario Alberto Rodríguez Meza*

Recepción: 23 de septiembre de 2013
Aceptación: 18 de diciembre de 2013

***Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, México, México.**
Correo electrónico: salvador.galindo@inin.gob.mx y marioalberto.rodriguez@inin.gob.mx
Se agradecen los comentarios de los árbitros de la revista.

Herbert Baron de Grote

Resumen. Los calculistas mentales, sujetos que realizan en un instante complejas operaciones aritméticas, han desarrollado habilidades que nos parecen -al resto de mortales- sorprendentes y aún increíbles. Estos sujetos se distinguen por su capacidad de concentración e increíble memoria y además emplean procedimientos de cálculo distintos a los que ordinariamente ocupamos en nuestra vida cotidiana. Este trabajo trata sobre dichos procedimientos mostrando que difieren de los algoritmos tradicionales.
Palabras clave: aritmética mental, calculistas mentales, rapidez mental, raíz decimotercera, extracción de raíces.

Mental Calculators
Abstract. Mental calculators, individuals that can instantaneously perform apparently complex arithmetic, have developed abilities that seem to us -simple mortals- amazing and even incredible. These fellows are gifted with an exceptional concentration capacity and incredible memory. In addition, they employ calculation procedures that are different to those ordinarily used by us in daily life. This work deals with such procedures showing that they differ from traditional algorithms.
Key words: mental arithmetic, mental calculators, mental promptness, 13th root, root extraction.

Introducción

La mañana del 15 de mayo de 1975, Herbert Baron de Grote se presentó a una cita –programada en el Centro Nuclear de México– para dar una demostración de sus poderes mentales. Lo recibió Carlos García Jurado, encargado del Centro de Cómputo, lugar donde se había acordado la reunión. La computadora del Centro, una PDP 10 fabricada por la Digital Equipment Corporation (DEC), ya había sido programada previamente por Enrique A. Balmori y Tomás Brody para escoger al azar un número entero de 9 dígitos, el cual se iba a elevar a la potencia 37. La computadora obtuvo el resultado de elevarlo a esa potencia. Se trataba de un número de 300 dígitos:

6898613895847434480075317773467988703434196725621203
86846873001764824970080180178003178495173776437933012751
60270176384154205953014984501733602605184770508893414242
97836888878413845963920663433233136776950662439649225245
69980562256885607714912016124633293714840774244874890209
757722914218902587890625

Se le dio este número a Herbert B. de Grote por escrito para que extrajera mentalmente, sin ayuda de lápiz y papel, su raíz 37. Acto seguido una persona puso en marcha un cronómetro. De Grote estuvo sentado en una silla balanceándola sobre sus dos patas traseras, equilibrándose con ambos pies apoyados en el suelo. Su cabeza –notablemente de gran tamaño– estuvo todo el tiempo manteniendo la mirada hacia el techo.

Se incorporó y escribió la raíz que se le pidió –el proceso entero le llevo 25 minutos–; el resultado obtenido mentalmente coincidía con exactitud con el número aleatorio proporcionado por la computadora: 126 984 385. Los testigos presentes levantaron un acta para este hecho que fue firmada por García Jurado, Balmori, Brody y el subdirector científico del Instituto, Manuel Sandoval Vallarta (Acta, 1975, p.1).[1]

Es bien sabido que las personas como de Grote –poseedoras de notables cualidades mentales– son capaces de hacer rápidamente asombrosos cálculos aritméticos porque poseen dos habilidades: la primera es su poder de concentración, no se distraen de su tarea, y la segunda es la memoria para recordar al instante los resultados numéricos que ellos mismos van produciendo durante las etapas que conlleva el desarrollo de sus operaciones. Sin embargo, existe un tercer factor: utilizan procedimientos de cálculo, como veremos más adelante, distintos a los que ordinariamente empleamos en nuestra vida cotidiana.

Este trabajo está dirigido a aquellos lectores que alguna vez se han preguntado cómo realizan sus cálculos estos personajes. Nosotros, los autores, nos hicimos la misma pregunta hace unos meses cuando nos mostraron una copia del acta que atestigua el cálculo hecho por de Grote. Nos enfocaremos en describir a través de la literatura publicada, algunos de los rasgos y procedimientos de cálculo utilizados por estos prodigios mentales. Veremos que los procedimientos que emplean los calculistas difieren de los algoritmos tradicionales de cálculo aritmético, procedimientos que son considerados normalmente para hacer operaciones aritméticas como los más rápidos y adecuados.

1. Comunicación personal de un testigo presencial: Mario Raúl Perrusquía del Cueto del Departamento de Sistemas Nucleares, Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares.

1. Bidder y las operaciones elementales

Estudiar el caso del notable calculista George Parker Bidder (1806-1878) resulta adecuado para nuestros propósitos, ya que en su edad madura él mismo describió con detalle los procedimientos que le permitieron hacer operaciones aritméticas a gran velocidad (Ball y Coxeter, 2010).

Bidder nació en Inglaterra y fue hijo de un picapedrero. A los seis años de edad le enseñaron a contar verbalmente hasta 100, pero no le enseñaron a escribir los números ni mucho menos los símbolos que representan las operaciones aritméticas. Con este conocimiento, aprendió por sí solo a sumar, restar, multiplicar y dividir mediante el uso de piedritas de mármol. Años más tarde, él atribuiría a sus visualizaciones mentales de estos patrones de piedritas como el elemento fundamental en su habilidad para hacer operaciones aritméticas con gran rapidez.

Durante su juventud, se ganaba la vida como un artista ambulante de pueblo en pueblo, haciendo demostraciones de sus habilidades como calculista, hasta que llamó la atención de algunos profesores de la Universidad de Edimburgo. Impresionados, los profesores procuraron encaminarlo hacia una profesión más acorde con su destreza mental y le ofrecieron ayuda económica. De esta manera, logró graduarse en ingeniería. En el ocaso de su vida, describió con cierto detalle las maneras como realizaba sus operaciones rápidamente.

El procedimiento utilizado por Bidder para multiplicar no difiere en mucho al de otros calculistas mentales. Por ejemplo, para multiplicar entre sí dos cantidades de tres dígitos ($abc \times def$), descomponía cada uno de los factores multiplicativos en sumandos de unidades, decenas y centenas para formar el producto $(a \times 10^2 + b \times 10^1 + c \times 10^0) \times (d \times 10^2 + e \times 10^1 + f \times 10^0)$ y procedía a hacer la multiplicación como sigue,

$$[(a \times 10^2) \times (def \times 10^0)] + [(b \times 10^1) \times (d \times 10^2)] + [(b \times 10^1) \times (e \times 10^1)] + [(b \times 10^1) \times (f \times 10^0)] + [(c \times 10^0) \times (d \times 10^2)] + [(c \times 10^0) \times (e \times 10^1)] + [(c \times 10^0) \times (f \times 10^0)]$$

Ilustremos esta práctica con un caso específico. Por ejemplo, Bidder al multiplicar 173 × 397 descomponía, según su procedimiento, el par de factores multiplicativos en sumandos para formar el producto (100 + 70 + 3) × (300 + 90 + 7). En este caso,

Se tiene 100 × 397 = 39 700
a éste le suma 70 × 300 = 21 000 haciendo un subtotal 60 700
a éste le suma 70 × 90 = 6 300 haciendo un subtotal 67 000
a éste le suma 70 × 7 = 490 haciendo un subtotal 67 490
a éste le suma 3 × 300 = 900 haciendo un subtotal 68 390
a éste le suma 3 × 90 = 270 haciendo un subtotal 68 660
a éste le suma 3 × 7 = 21 haciendo un total 68 681

Al lector le puede parecer lenta y tediosa esta manera de multiplicar, pero, suponiendo que cada paso le tomara menos de medio segundo, en menos de tres segundos obtendría la respuesta. Cuando Bidder multiplicaba cantidades con números más grandes como 123 456 789 × 987 654 321, dividía cada uno de los factores multiplicativos en grupos de tres dígitos, cada uno de los cuales los agrupaba en centenas, millares y millones, esto es

$$123\,456\,789 = (123\,000\,000 + 456\,000 + 789) \times (987\,000\,000 + 654\,000 + 321)$$

Después procedía, utilizando las propiedades asociativa y distributiva de la multiplicación de igual manera que en el ejemplo anterior, con la salvedad de que ahora tenía que calcular mentalmente productos de tres por tres dígitos; por ejemplo 123 × 987 o 123 × 654, etc. Hacía estos cálculos sin ayuda de lápiz y papel, por lo que resulta claro que necesariamente tenía una excelente memoria y capacidad de concentración. El método de Bidder no fue suyo exclusivamente, sino que resulta común encontrarlo en la literatura –empleado con variantes– por otros calculistas.

Respecto a las operaciones de división, sabemos que tanto Bidder como otros calculistas las realizaban de forma muy parecida al procedimiento como hoy en día se enseña en la escuela primaria. Sin embargo, ellos frecuentemente toman "atajos" en sus cálculos, ya que utilizan su habilidad de multiplicar rápidamente grandes cifras entre sí, lo que les permite, a simple vista, hacer conjeturas inteligentes.

Supongamos que se les da a dividir 25 696 entre 176 y se les informa que la división es exacta, esto es, sin residuo. Lo primero que reconocen en este ejemplo particular es que el cociente es necesariamente un número de tres dígitos, ya que por un lado, el número de mayor valor de dos dígitos es el 99 y el producto de éste por el divisor (99 × 176 = 17 424) resulta en un número menor que el dividendo. Por otro lado, el número de menor valor de cuatro dígitos es el 1 000 y el producto de éste por el divisor (1 000 × 176 = 176 000) es de mayor valor que el dividendo. En consecuencia, el cociente no es ni de dos ni de cuatro dígitos, por lo que necesariamente es de tres dígitos. Por otra parte, para los calculistas es simple discernir que el dígito de la extrema izquierda de este cociente (el que representa las centenas) es obviamente el número 1, ya que 200 × 176 = 35 200 cantidad que es mayor que el dividendo. Por lo tanto, nada más les resta conjeturar cuáles serían los dos últimos dígitos del cociente buscado. Dada la magnífica memoria de los calculistas, ellos tienen en mente que sólo existen cuatro números de dos dígitos que multiplicados por 76 producen un número que termina en 96: 21, 46, 71 y 96. Esto implica que hay cuatro posibles cocientes a saber: 121, 146, 171 y 196 (recuérdese que todos deben comenzar en 1). Instantáneamente los calculistas pueden reconocer que 121 multiplicado por el divisor resulta ser un número menor que el dividendo y que 171 multiplicado por el divisor excede de valor al dividendo, por lo que rápidamente perciben la respuesta inmediata y correcta que es el 146.

Lo importante a recalcar en los ejemplos mostrados son dos hechos: el primero es que los calculistas alteran el orden habitual en el que se realizan las operaciones aritméticas, adecuándolas a su particular esquema mental para visualizar y realizar sus cálculos; el segundo es que a veces no necesitan ejecutar directamente todos los cálculos involucrados en una operación aritmética, ya que se pueden valer de atajos y conjeturas inteligentes que los conducen rápidamente al resultado. Este segundo hecho es crucial pues permite la extracción rápida de raíces exactas.

2. Extracción de raíces exactas

Cabe recordar de nuevo al lector que por extracción de raíces exactas nos referimos a que son estrictamente números enteros.

Para mostrar las simplificaciones que usan los calculistas en la extracción de raíces, tomemos por caso un problema numérico: el de obtener la raíz cúbica exacta de 188 132 517 (i.e. un número de nueve dígitos). Lo primero que hace el calculista es calcular el tamaño de la raíz cúbica buscada; en otras palabras, se preguntan ¿de cuántos dígitos consta la solución raíz? Para este ejemplo resulta simple, para un calculista profesional, prever que la raíz es un número de exactamente tres dígitos y que ésta debe ser un número mayor que el número 464 y menor que 1 000. Esto resulta claro, pues la elevación de un número (entre el 464 y el 1 000)al cubo, produce un número de exactamente nueve dígitos.

El calculista enseguida fija su atención en el número formado por los tres primeros dígitos de la potencia que son el 188 y con estos procede a calcular cuál debe ser el dígito del extremo derecho de la raíz de tres dígitos. Como $4^3 = 64$, $5^3 = 125$ y $6^3 = 216$ se da cuenta que en este caso $5^3 = 125$ es el número que más se aproxima por debajo al 188 (que son los tres dígitos del extremo izquierdo de la potencia). Por lo tanto el primer dígito del extremo izquierdo de la raíz cúbica tiene que ser necesariamente el número 5. En otras palabras, la raíz buscada de 3 dígitos es de la forma (5*xy*). Para determinar los dos dígitos restantes (*xy*), puede inferir que 73 es el único número de dos dígitos que al elevarlo al cubo termina en 17 (recuérdese que 17 es la terminación del número cuya raíz se está buscando). Por lo tanto, al unir ambos razonamientos el calculista obtiene rápidamente la solución buscada, la cual es el número 573. El lector notará que en este caso el calculista no tiene que realizar cálculos complicados, ya que simplemente se limita a hacer predicciones razonadas utilizando su privilegiada memoria.

El método de predicciones razonadas descrito para extraer raíces enteras de bajo orden (cuadradas o cúbicas) de números relativamente pequeños, es decir, de más o menos una decena de dígitos, es de uso habitual entre los calculistas. Cabe aclarar que la extracción de raíces que no son números enteros es un caso raramente intentado por estos personajes, quienes han evadido calcularlas, pues prefieren mostrar sus habilidades mediante la extracción de raíces enteras de números muy grandes.

3. Extracción de raíces exactas de potencias de varios dígitos

El orden de los pasos que los calculistas mentales siguen al extraer raíces de una potencia de mayor orden (raíces cuarta, quinta, etc.) no difiere en lo general del descrito en la sección anterior. Primero, determinan de cuantos dígitos es la raíz, posteriormente tratan de obtener el dígito (o dígitos) de alguno de los dos extremos, ya sean los de la extrema derecha, es decir, él (o los) correspondiente(s) a la posición de las unidades (o decenas o centenas) o bien los del extremo izquierdo. Una vez obtenidos los dígitos de ambos extremos proceden finalmente a calcular cuáles son los correspondientes a la parte media.

El procedimiento que emplean para realizar estos cálculos difiere según la raíz y el tamaño del número al que hay que extraerle su raíz. En caso de que el orden de la potencia corresponda a un número no primo, el problema al obtenerla puede simplificarse en alguna medida mediante la factorización del orden de la potencia. Por ejemplo, la raíz 12ª puede ser calculada como una secuencia de raíces de sus factores. En este caso, se factoriza en 2 raíces cuadradas para así obtener una raíz cuarta, seguida de una raíz cúbica y la decimosegunda al final ($2 \times 2 \times 3 = 12$).

Por otro lado, el grado de dificultad para obtener la raíz depende en algunos casos de la paridad que tenga el orden de la potencia a la que se haya elevado. Por ejemplo, una ventaja que presenta el cálculo de la raíz de un número elevado a una potencia impar de la forma $(n \times 4) + 1$, donde n es un número natural ($n = 1, 2, 3$, etc.) (e.g. raíz quinta, novena, decimotercera, etc.), es que su último dígito siempre se conoce desde un principio, ya que en todos los casos siempre coincide con el último digito del número al que hay que extraer la raíz (tabla 1).

A partir de la tabla 1, el último dígito de la potencia (en negritas en la columna izquierda) coincide con el último dígito de su respectiva raíz (columna de la izquierda). Como ejemplo adicional del cumplimiento de esta sencilla regla, podemos observar el problema resuelto por de Grote. Con éste, se puede verificar que se cumple lo dicho en la extracción de la raíz de la potencia de orden 37 (este número es impar mayor que 4) comparando el último dígito del número de 300 dígitos (que es el 5) con el de su raíz (que también es el 5). Ambos coinciden.

Indicamos, al principio de este apartado, el orden peculiar en que el calculista obtiene la raíz de un número (tamaño de la raíz, dígitos de los extremos, dígitos medios). Para ilustrar la práctica mencionada supongamos que se da el número 6 657 793 506 607 como la quinta potencia de un número y se pide encontrar su raíz entera.

El número dado tiene 13 dígitos, y como es evidente que $(10^2)^5 = 10^{10}$ es un número de 11 dígitos y $(10^3)^5 = 10^{15}$ es de 16 dígitos, la raíz buscada es un número de tres dígitos (denotémoslo por xyz). Además, de acuerdo con lo expuesto, se desprende que de los tres dígitos que sabemos se compone la raíz, el de la extrema derecha (z) es el 7 debido a que la potencia a la que está elevada la raíz es de orden 5 y cumple con la condición de ser impar mayor que 4, por lo que según la regla, los dos dígitos, tanto de la potencia como de la raíz son iguales. En consecuencia, hasta aquí el calculista sabe que la raíz es de la forma ($xy7$).

Siguiendo este ejemplo, para obtener el primer dígito de la extrema izquierda de la raíz (x), el calculista considera los tres primeros dígitos de la potencia; estos son 665. Ahora bien, reconociendo que $(3)^5 = 243$ se aproxima por abajo al 665 y $(4)^5 = 1\ 024$ se pasa, deduce que el dígito buscado es necesariamente el 3 ($x = 3$). Por lo tanto, hasta este paso el calculista reconoce que la raíz es de la forma ($3y7$), a quien solamente le resta encontrar, de los tres dígitos que forman la raíz, el dígito de en medio (y). Para este propósito algunos calculistas utilizan métodos de congruencias aritméticas. Uno de estos métodos es el que se conoce ordinariamente como *la prueba del 9* o de congruencias módulo 9.[2]

2. El lector “de cierta edad” posiblemente recordará dicha prueba, ya que solía enseñarse en la escuela primaria antes de que las calculadoras electrónicas se popularizaran en las escuelas, la cual se realizaba para verificar los resultados de operaciones aritméticas especialmente en la multiplicación y la división. Cabe hacer notar que la prueba no es infalible, pues podría darse la coincidencia de que un resultado erróneo también fuese congruente con el módulo 9:

   548 $\Rightarrow$ 8 Se suman los dígitos del factor ($5 + 4 + 8 = 17$) se reduce la suma a un dígito ($1+7 =8$)

   $\underline{\times\ 629}$ $\Rightarrow$ 8 Se repite el proceso con el segundo ($6 + 2 + 9 = 17$) y se reduce ($1 + 7 = 8$)

   344692 $\Downarrow$ Se multiplican los resultados de los dos factores ($8 \times 8= 64$), y se reduce a un dígito ($6 + 4= 10$; $1 + 0 = 1$). Se hace lo mismo con el producto de la multiplicación ($3 + 4 + 4 + 6 + 9 + 2 = 28$; $2 + 8 =10$; $1 + 0 = 1$)

   $\Downarrow$

   1 $\Leftrightarrow$ 1 El producto de los dos factores debe coincidir con el de la multiplicación $1 = 1$. Si no coinciden hay un error en la operación.

Volviendo al ejemplo numérico, el calculista procede entonces a aplicar el método de congruencias módulo 9 a la potencia,

$6\,657\,793\,506\,607 \bmod 9 \equiv (6 + 6 + 5 + 7 + 7 + 9 + 3 + 5 + 0 + 6 + 6 + 0 + 7) \bmod 9 \equiv 4$

La raíz es un número de tres dígitos que hemos representado hasta ahora como $3y7$ donde y es el dígito que debemos encontrar. La condición de congruencia módulo 9 que debe cumplir este número elevado a la quinta potencia es entonces:

$(3y7)^5 \bmod 9 \equiv 4$

Lo que requiere ahora el calculista, para que se cumpla la condición anterior, es encontrar el dígito y, distinto al 9 que, elevado a la su quinta potencia, sea congruente a 4 módulo 9. La tabla 2 muestra que el número $n = 7$ es el único número que cumple con la mencionada condición.
Es decir:

$7^5 \equiv 4 \bmod 9$

En este caso se tiene que el número $(3y7)$ es congruente con 7 módulo 9,
$(3y7) \equiv 7 \bmod 9$
o bien,

$(3 + y + 7) \equiv 7 \bmod 9$

Para que se cumpla la condición anterior, se deduce que el dígito de en medio es $y = 6$, lo que implica que la raíz buscada es el 367.

4. El *benchmark* de los calculistas modernos

En la actualidad los calculistas modernos, al igual que lo hicieron sus colegas de tiempos pasados, usan sus habilidades para impresionar al público y algunos han convertido esta actividad en su *modus vivendi*. Hoy en día sus demostraciones ya no se limitan a simples mecanizaciones como la multiplicación o división, sino que se han diversificado. Gustan de mostrar su pericia mental mediante demostraciones de extracción de raíces enteras de grandes potencias con muchos dígitos. La más popular consiste en calcular mentalmente la raíz decimotercera de un número de 100 dígitos (raíz-13). Esta actividad se ha convertido en la prueba de referencia o el *benchmark* para demostrar su destreza como calculistas. Con este propósito una computadora, o alguien ajeno al calculista, escoge al azar y en secreto un número de ocho dígitos. Este número "secreto" o número raíz es seleccionado de entre los casi 8 millones (7 992 564) de números enteros comprendidos entre el 41 246 263 y el 49 238 827. La razón de lo anterior es simple ya que cualquier número entero en este intervalo al ser elevado a la potencia 13 produce exactamente un número de 100 dígitos, lo que causa entre el público gran impacto publicitario. Al calculista mental se le da por escrito esta cifra de 100 dígitos y se le toma el tiempo que tarda en obtener su correspondiente raíz decimotercera (raíz-13). Cabe hacer notar que él conoce de antemano que la raíz por calcular tiene ocho dígitos siendo el primer dígito del extremo derecho de la raíz el número 4 y el del extremo izquierdo aquel que coincide con el del extremo izquierdo del número de 100 dígitos que le es proporcionado. Este último hecho les ahorra dos pasos a los calculistas.

El pionero de este *benchmark* fue Herbert Baron de Grote quien a los 60 años comenzó a trabajar activamente en cálculos mentales y a los 80 estableció el primer récord mundial para esta prueba. En efecto en la 11ª edición del *Guinness Book of Records* (McWhirter y McWhirter, 1972) aparece que Herbert B. de Grote, de nacionalidad mexicana, calculó el 5 de octubre de 1970, mentalmente y sin otra ayuda, sin hacer anotaciones,

Tabla 1. Terminaciones de las potencias decimoterceras de los primeros enteros positivos.

$\mathbf{0}^{13}$	= **0**
$\mathbf{1}^{13}$	= **1**
$\mathbf{2}^{13}$	= 8 19 **2**
$\mathbf{3}^{13}$	= 1 594 32 **3**
$\mathbf{4}^{13}$	= 67 108 86 **4**
$\mathbf{5}^{13}$	= 1 220 703 12 **5**
$\mathbf{6}^{13}$	= 13 060 694 01 **6**
$\mathbf{7}^{13}$	= 96 889 010 40 **7**
$\mathbf{8}^{13}$	= 549 755 813 88 **8**
$\mathbf{9}^{13}$	= 2 541 865 828 32 **9**

Fuente: elaboración propia.

Tabla 2. Congruencias módulo 9 para quintas potencias de los primeros números enteros.

Número $= n$	n^5	Congruencia
0	0	0 = 0 mod 9
1	1	1 = 1 mod 9
2	32	3 + 2 = 5 mod 9
3	243	2 + 4 + 3 = 0 mod 9
4	1 024	1 + 0 + 2 + 4 = 7 mod 9
5	3 155	3 + 1 + 3 + 5 = 3 mod 9
6	7 776	7 + 7 + 7 + 6 = 0 mod 9
7	16 807	1 + 6 + 8 + 0 + 7 = 4 mod 9
8	32 768	3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 8 mod 9

Fuente: elaboración propia.

la raíz decimotercera (raíz-13) del siguiente número de 100 dígitos, empleando, 23 minutos para escribir correctamente el resultado: 46 231 597.

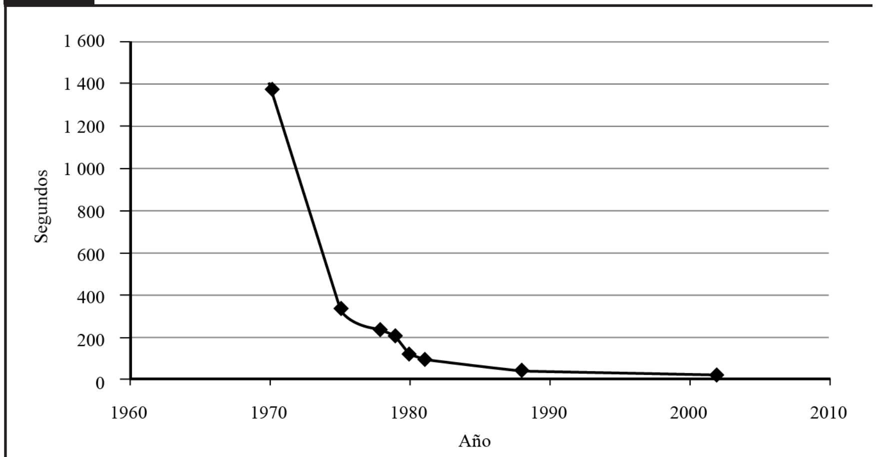
$$\sqrt[13]{\begin{matrix}4,407,635,218,726,232,195,192,193,450,148,523,982,890,641,353,896,014,\\526,596,739,813,550,781,484,300,098,435,551,339,030,434,008,477\end{matrix}}$$

De esta manera, este mexicano inauguró para el mundo de los atletas del cálculo mental la que fuera la reina de sus pruebas oficiales, esto es la del cálculo de las raíces-13 de números de 100 dígitos.[3]

Desde que de Grote estableció el primer récord mundial para la extracción de la raíz-13 varios calculistas han mejorado por mucho su marca (tabla 3).

En la gráfica 1 se observa cómo han mejorado los tiempos de solución hasta valores realmente inconcebibles. El último registro, de acuerdo con esta figura, fue de 13.55 segundos y sucedió en 2002, pues poco tiempo después Guinness decidió suspender los registros por no poder estandarizar la prueba, ya que se dio cuenta de que la dificultad de extraer la raíz-13 depende fuertemente del valor que tenga el último dígito de la potencia que se le proporciona al calculista.[4]

Gráfica 1. **Tiempos récords Guinness empleados para encontrar la raíz-13.**



Fuente: gráfica basada en datos de *Guinness Book of Records*.

Tabla 3. **Historia del récord.**

Nombre	Nacionalidad	Tiempos en segundos	Lugar donde se hizo el cálculo	Fecha
Herbert B. de Grote	Mexicano	1 380	Chicago, EE. UU.	5 octubre 1970
Wilhelm Klein	Holandés	322	Ámsterdam, Países Bajos	19 septiembre 1975
Wilhelm Klein	Holandés	231	Estocolmo, Suecia	8 noviembre 1978
Wilhelm Klein	Holandés	205	Providence, EE. UU.	Septiembre 1979
Wilhelm Klein	Holandés	186	París, Francia	Noviembre 1979
Wilhelm Klein	Holandés	165	Leiden, Países Bajos	Marzo 1980
Wilhelm Klein	Holandés	129	Londres, Inglaterra	6 mayo 1980
Wilhelm Klein	Holandés	128	Berlín, Alemania	10 noviembre 1980
Wilhelm Klein	Holandés	116	?	13 noviembre 1980
Wilhelm Klein	Holandés	88.8	Tsukuba, Japón	7 abril 1981
Gert Mittring	Alemán	39.0	Alemania	26 mayo 1988
Alexis Lemaire	Francés	13.55	Villers-Marmery, Francia	10 mayo 2002

Fuente: McWhirter y McWhirter, 1972: 43.

5. Método de cálculo para la raíz-13

No sabemos a ciencia cierta cómo fue que de Grote realizó sus cálculos, pero suponemos que debió haber empleado en general el mismo procedimiento para la extracción de la raíz-13 que han usado (con variaciones) los calculistas que le siguieron en el establecimiento de los distintos records mostrados en la tabla 3. Lo que sí sabemos es que para extraer la raíz-13 de un número de cien dígitos, los calculistas emplean las propiedades de los logaritmos. Para su empleo, requieren de una asombrosa retentiva mental que les permite recordar de memoria tablas de logaritmos. La propiedad que usan para extraer las raíz x de una potencia x^n es,

$$\log x^n = n \log x$$

El lector ya habrá adivinado que el orden en que se van calculando los distintos dígitos de la raíz, también en esta ocasión, sigue tres tiempos: *a*) en el inicial se calculan los primeros cinco

3. También hay otras competencias muy populares entre los calculistas como la de sumar muchos números, multiplicar grandes números, extraer raíces cuadradas, etc.

4. Hoy en día existen nuevas reglas para registrar un nuevo récord. El calculista tiene que extraer las raíces de nueve números de 100 dígitos cada uno de los cuales tiene que terminar en un dígito distinto excluyendo al cero. El tiempo contabilizado será el promedio aritmético de los nueve cálculos correctos. A la fecha nadie ha intentado este nuevo reto.

o seis dígitos del extremo izquierdo de la raíz. Para este propósito se consideran los primeros cinco dígitos del extremo derecho de la potencia x^n y con ellos forman una cifra de cuatro dígitos, es decir, los calculistas los redondean a cuatro dígitos. Si los cinco primeros son 44076 los calculistas los redondearán hacia abajo a 4407 o bien hacia arriba a 4408. Optarán por escoger cualquiera de las dos opciones y al número escogido le sacaran su logaritmo, pero deberán tomar en cuenta que si optaron por el primer caso su estimando del logaritmo, es inferior al valor verdadero del logaritmo de la potencia y lo contrario se cumple para su segunda opción. Sea cual fuere su decisión, al logaritmo de la cifra escogida lo dividen entre n (el orden de la potencia) y al resultado le sacan antilogaritmo, esto es, antilog((log x^n)/n). Este paso tiene la desventaja de que el último de los cinco o seis dígitos que obtienen en la división puede ser incierto para el calculista ya que sólo ha hecho una estimación aproximada pues como ya dijimos, no emplean el logaritmo de la potencia completa con todos sus 100 dígitos, sino únicamente los cinco primeros dígitos de la potencia.

El segundo paso del procedimiento consiste en obtener los dígitos restantes del extremo derecho de la raíz. El proceso comprende el empleo de métodos de congruencias aritméticas como se explicó en párrafos anteriores. Cabe señalar que a veces las soluciones son ambiguas para estos últimos dígitos. Por ejemplo, en la tabla 2 de congruencias existen tres renglones donde $n^5 = 0$ mod 9. En estos casos el calculista no puede decidir entre cuál de los tres valores posibles debe considerar y tiene que aplicar un proceso de eliminación posterior, que puede ser usando congruencias con otros módulos distintos al 9 como el módulo 11. El tercer paso consiste en "empatar" los primeros seis dígitos de la raíz con los últimos dos, dependiendo si en el paso 1 se redondeó hacia arriba o hacia abajo.

Algunos de los poseedores del récord Guinness se han negado a revelar detalles de sus secretos. Tal es el caso del francés Alexis Lemaire (récord Guiness en 2002) quien ha declarado: "No les voy a decir exactamente cuál es mi método. Lo que estoy haciendo es algo así como inteligencia artificial en reversa, porque estoy imitando a una computadora". Años más tarde, en entrevista para la BBC, Lemaire elaboró su respuesta: "necesito tres cosas: calcular, memorizar y tener habilidad matemática, requiero mucho trabajo y tal vez tengo un don natural" (*BBC news*, 2007).

Sin embargo, el holandés Wilhelm Klein (récord Guiness en 1981) sí expuso a la opinión pública su método para encontrar la raíz-13, que se encuentra detallado en *The great mental calculators* de Steven Bradley Smith. Básicamente Klein sigue los pasos descritos por nosotros en esta sección:

> Los primeros cinco dígitos de la raíz se encuentran mediante el uso de logaritmos. Klein ha memorizado a cinco decimales los logaritmos de los números enteros hasta el 150: este hecho, unido a su habilidad para factorizar grandes números, le permite calcular aproximadamente a cinco decimales el logaritmo de la potencia, lo cual por lo general es suficiente para determinar los primeros cinco dígitos de la raíz, sin embargo, como él dice, "el quinto dígito es un tanto incierto" (Smith, 1983: 112).

El procedimiento mostrado en esta sección se distingue por la exigencia de memorizar muchos logaritmos. Smith ya mencionó que el calculista se sabía de memoria los logaritmos de los números enteros hasta el 150, a cinco decimales. En contraste, otros calculistas optan por memorizar los logaritmos de los primeros 25 números primos y se valen del teorema fundamental de la aritmética que dice que cualquier número entero puede ser expresado como el producto de primos. Con base en este teorema calculan los logaritmos de números no primos economizando, por así decirlo, *espacio de memoria*. La desventaja de este procedimiento es que implica tener gran habilidad para factorizar números grandes.

Sin embargo, existe un método desarrollado a principios del siglo XXI por Ron Doerfler y Miles Forster que tiene la ventaja de no requerir el uso de logaritmos y antilogaritmos, además de ser muy simple (Doerfler, 2011). Este método se limita a la extracción de raíces decimoterceras cuyas potencias –de 100 dígitos– terminan en 1, 3, 7 o 9. La aparición de este método es quizás la razón por la cual Guinness decidió cambiar las reglas para establecer un nuevo récord de extracción de raíces-13, ya que la dificultad de extraerla varía con la terminación del número de 100 dígitos (véase nota 4). El método Doerfler-Foster se describe a detalle en el anexo A. Se sugiere a aquellos lectores que apliquen el método al número de 100 dígitos que se le dio al calculista mexicano Herbert B. de Grote y extraigan su raíz-13 siguiendo las reglas de este anexo. El número con el cual estableció el récord mundial se encuentra en el apartado 5 de este trabajo. El anexo B muestra a detalle el empleo del método Doerfler-Forster aplicado a este número y su raíz-13. El resultado es:

46 231
597

La solución anterior fue obtenida por de Grote en 25 minutos. Nosotros –simples mortales– con ayuda de lápiz y papel y teniendo a la vista la tabla A1 (anexo A) y usando las reglas del método Doerfler-Forster hicimos el mismo cálculo en cuatro minutos aproximadamente (sin usar calculadora).

Conclusiones

La imagen pública de los calculistas mentales es, hoy por hoy, la de una especie de "genios" sin que el público tenga una idea clara de en qué radica eso. Al respecto, la prensa mexicana recientemente se ha ocupado de una menor de 12 años, bautizada como "la futura Steve Jobs" ("*the next Steve Jobs*"), por *Wired Magazine*, en alusión al ya fallecido cofundador de Apple Inc. La niña obtuvo la puntuación más alta en matemáticas en la prueba enlace 2012 (Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares), que es una prueba del Sistema Educativo de los Estados Unidos Mexicanos que se aplica a estudiantes de tercero a sexto de primaria de planteles públicos y privados del país en las asignaturas de español y matemáticas. El objetivo de la prueba es evaluar las habilidades y conocimientos adquiridos por los educandos tras su paso por el sistema educativo. Obtener un alto puntaje en dicha prueba presupone que el alumno asimiló (proporcionalmente a la calificación obtenida) los conocimientos matemáticos que se le enseñaron en clases. Adicionalmente, la prueba valora la capacidad de los estudiantes de emplear lo aprendido en la vida cotidiana. Es importante enfatizar que no pretende identificar talentos matemáticos, sino juzgar el desempeño global de las escuelas. No obstante, y a pesar de que el objetivo es preciso, la niña fue considerada por muchos como un genio infantil y por ende como una calculista mental nata. Esto motivó a que su tutor la inscribiera al Quinto Campeonato Nacional de Cálculo Mental organizado por una institución privada de Monterrey, México. Sin embargo, y contrario a las altas expectativas sobre la niña creadas en el público por la prensa nacional mediante titulares sensacionalistas, su participación fue desastrosa. Este hecho muestra, por un lado, la irresponsabilidad del tutor de la menor y, por otro, la ignorancia generalizada de muchos periodistas y su público lector sobre las habilidades que poseen los calculistas mentales.

En este artículo hemos tratado de esclarecer la verdadera naturaleza de los calculistas mentales señalando la memoria y poder de concentración extraordinario que poseen. Sin embargo, algunos lectores podrían cuestionarse ¿cuál es la relevancia de investigar cómo realizan sus deducciones los calculistas? si a fin de cuentas cualquier individuo empleando una computadora puede obtener los mismos resultados, pero en una pequeñísima fracción de tiempo.

Herbert Baron de Grote saludando a la Sra. Kohl, esposa del canciller alemán Helmut Kohl en ocasión de su vista oficial al Estado de México en septiembre de 1996.

En efecto, el advenimiento de las calculadoras aritméticas –presentes en muchos dispositivos electrónicos actuales que van desde las calculadoras y tabletas electrónicas, hasta los teléfonos celulares– ha hecho que no se practiquen hoy en día los más simples cálculos mentales. "Ya casi nadie sabe sacar raíces cuadradas" se escucha con frecuencia. Pero también dividir por más de tres cifras. Actualmente se opera con lentitud y con errores. Los alumnos dependen en grado preocupante de las calculadoras

Sabemos que las aptitudes humanas no son estáticas, sino que aumentan o disminuyen en función del tipo de actividad mental que se realice. Si nuestros alumnos no se ejercitan en destrezas de cálculo simple, es lógico pronosticar un importante descenso.

Esto pudiese implicar que en el futuro, las nuevas generaciones no desplieguen ciertas habilidades indispensables en la vida cotidiana como desarrollar una buena memoria, procurar atención y tener la concentración necesaria para dejar de lado cualquier estímulo externo para mantener una actividad exclusivamente intelectual. Debemos recordar que en muchas situaciones cotidianas están involucradas tareas de cálculo mental, de ahí que el poder realizarlas exitosamente constituye ventaja en la vida.

Podríamos decir –sin caer en visiones maniqueas– que, de ser ciertas nuestras previsiones, los nuevos tiempos y los nuevos hábitos estarían atrofiando ciertas aptitudes en algunos sectores de la sociedad.

Prospectiva

Debemos destacar la trascendencia de investigar los procedimientos empleados por los calculistas, así como los procesos mentales involucrados en sus cálculos debido a que su importancia a futuro es doble y, además, señalar el interés que pueden despertar los procedimientos lógicos que permiten a un calculista hallar la solución de un problema. Estos métodos pueden inspirar nuevas técnicas y procedimientos de programación.

Tradicionalmente, los programas informáticos se han escrito para el cómputo en serie. Para resolver un problema, se programan una serie de instrucciones que se ejecutan en la unidad central de procesamiento (CPU, por sus siglas en inglés) de la computadora, la cual lleva a cabo una instrucción a la vez y un tiempo después de que la instrucción ha terminado, se efectúa la siguiente. En contraste, la computación en paralelo, utiliza simultáneamente múltiples unidades de procesamiento (PU) para resolver un problema. Esto se logra mediante la división del problema en partes independientes de modo que cada una pueda ejecutar su parte del algoritmo de manera simultánea con los otros.

En el caso de los métodos empleados por los calculistas el procedimiento de solución de algunos de las operaciones matemáticas que realizan lo dividen en varias etapas independientes. Por ejemplo, hemos visto que durante el cálculo de la raíz-13, el calculista divide el procedimiento en dos etapas independientes entre sí: en la primera utiliza una regla de asociación basada en congruencias aritméticas y en la segunda emplea el método iterativo o utiliza un método logarítmico. Al final el calculista empata ambas. En principio dicho método, al consistir de etapas independientes, es susceptible a paralelizarse.

Otro punto importante sobre el estudio de los calculistas mentales es el punto de vista biológico. En este sentido, los calculistas mentales poseen, al igual que nosotros, una memoria capaz de almacenar, codificar y recuperar temporalmente resultados intermedios que se generan durante un proceso de cálculo aritmético y a la vez tienen la capacidad de recordar algoritmos y datos que han aprendido previamente. La diferencia entre ellos y nosotros radica en el volumen de almacenamiento y la rapidez con la que recuperan la información, además de su gran poder de concentración.

Recientemente *Nature Neuroscience* publicó un artículo (Pesenti *et al.,* 2001) que presenta los resultados de un análisis que se le practicó al experto calculista Rudiger Gamm mientras realizaba cálculos mentales. El propósito era observar mediante tomografías PET (por sus siglas en inglés) qué áreas de su cerebro se activan al hacer sus operaciones y compararlas con estudios simultáneos practicados a un grupo de voluntarios a los que se les aplicó el mismo examen aritmético. La comparación reveló que tanto en el grupo de control como en el calculista se activaron las mismas áreas del cerebro asociadas a la memoria visual. Al parecer esta memoria tiene gran capacidad de almacenamiento de datos, aunque durante un breve tiempo. Sin embargo en el cerebro del experto se activaron además, a diferencia del grupo de control, áreas del cerebro que se asocian a procesos de la memoria episódica, misma que algunos investigadores la asocian a una memoria a largo plazo.

Hoy por hoy el campo de la neurobiología de la memoria es un campo de investigación muy activo y el estado actual del conocimiento a pesar de grandes avances se encuentra aún en su estado inicial. Con el tiempo, los conocimientos adquiridos sobre los calculistas mentales nos podrían ayudar a comprender cómo se almacenan y evocan las memorias (de corto y largo plazo), y por consiguiente tal vez nos permitirán comprender y así tratar de prevenir la pérdida de memoria que ocurre durante la vejez y otras enfermedades neurodegenerativas como el Alzheimer.

Bibliografía

Acta (1975). Instituto Nacional de Energía Nuclear. Archivo Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, mayo 15, México.

Ball, W. W. R. y Coxeter, H. S. M. C. (2010). Calculating Prodigies, en *Mathematical recreations and essays.* Bristol: Dover Publications.

BBC *news* (2007). Disponible en http://news.bbc.co.uk/1/hi/magazine/6913236.stm

Beaumont, R. A. y Pierce, R. S. (1968). *The algebraic foundations of mathematics. Elementary Number Theory. Theorem 5-8.6.* Reading, Massachusetts: Addison-Wesley.

Doerfler, R. (2011). *Dead reckoning: calculating without instruments.* Houston: R. W. Gulf Publishing Company. The Chebyshev Correction

McWhirter, N. y McWhirter, R. (1972). *Guinness Book of World Records.* New York: Stirling Publishing Company Inc. Bantam Books.

Pesenti, M., Zago, L., Crivello, F., Mellet, E., Samson, D., Duroux, B., Seron, X., Mazoyer, B. y Tzourio-Mazoyer, N. (2001). Mental calculation in a prodigy is sustained by right prefrontal and medial temporal areas. *Nature Neuroscience*, *4*(1), 103-7.

Smith, S. B. (1983). *The great mental calculators: the psychology, methods, and lives of calculating prodigies, past and present.* New York.: Columbia University Press.

Anexos

Anexo A. **El método para simples mortales.** → **Inicia**

El método Doerfler-Forster se divide en dos partes. En la primera se calculan los cuatro últimos dígitos de la raíz y la segunda para calcular los cuatro restantes de manera que ambas partes complementan los ocho dígitos buscados. El primer procedimiento está basado en la existencia de una correspondencia biyectiva (uno a uno y sobre) que existe entre los últimos dígitos de la potencia y los últimos dígitos de la raíz cuando el último dígito de la primera es 1, 3, 7, o 9 (no aplica para 0, 2, 5 y 8). La existencia de esta correspondencia indica que es posible encontrar una regla de asociación que nos señale cuáles son los últimos dígitos de la raíz, dados los de la potencia.

La tabla A1 explica cuál es la idea del procedimiento de este trabajo. En ella hay que observar las columnas 1, 3, 7 y 9. Por ejemplo, en la columna 7 aparecen todas las combinaciones de dos números, cuya última cifra es 7: 07, 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77, 87 y 97, cada una de este par de números aparece sólo una vez (aunque en desorden) en cada uno de los renglones de la tabla. Algo similar pasa con las columnas 1, 3 y 9.

Tabla A1. **Terminaciones de las raíces-13 para cualquier par final de dígitos de la potencia.**

	–1	**–2**	**–3**	**–4**	**–5**	**–6**	**–7**	**–8**	**–9**
0–	01	92	23	64	25	16	07	88	29
1–	31	72	53	44	75	96	37	68	59
2–	61	52	83	24	25	76	67	48	89
3–	91	32	13	04	75	56	97	28	19
4–	21	12	43	84	25	36	27	08	49
5–	51	92	73	64	75	16	57	88	79
6–	81	72	03	44	25	96	87	68	09
7–	11	52	33	24	75	76	17	48	39
8–	41	32	63	04	25	56	47	28	69
9–	71	12	93	84	75	36	77	08	99

Fuente: Doerfler, R. (2011).

Tabla A2. **Para usar en la segunda parte del método Doerfler-Forster.**

Primeros cuatro dígitos de la raíz R	Primeros cuatro dígitos de la potencia P	n
42.07	1293	25
42.86	1647	20
43.90	2251	15
44.73	2869	12
45.41	3491	10
46.26	4443	8
47.39	6080	6
48.11	7398	5
49.02	9437	4

Fuente: Doerfler, R. (2011).

Si asignamos la letra b al número correspondiente de renglón de la tabla A1, la regla de asociación estaría dada por $7b$ mod 10 para la columna 7. Pensemos que queremos averiguar qué número está en casillero formado por el renglón 8 de la columna 7 (el último dígito, de antemano sabemos que es el 7 por estar en la séptima columna). Aplicando la regla: $7 \times 8 = 56$ mod 10 = 1, por lo que el número que se encuentra en la casilla (renglón 8, columna 7) es el 17. Para la columna 1 se aplica la misma regla de asociación y para las columnas 3 y 9 la regla es: $7b\ (b–2)$ mod 10.

Si se desea encontrar más de los últimos dígitos de la raíz, es posible hallar las reglas de asociación. Esto fue precisamente lo que lograron Doerfler y Forster con ayuda del teorema de Euler[5] (1707-1783) para congruencias.

Por su parte, el segundo procedimiento contempla el cálculo de los cuatro primeros dígitos de la raíz y se basa en el acostumbrado método iterativo de Newton-Raphson para calcular raíces de potencias, pero con una modificación hecha por Doerfler. La modificación consiste en sustituir el término de segundo orden en la iteración de Newton por una corrección (a segundo orden), conocida como término de Chebyshev.[6] Al término de ambos procedimientos, de los que consiste el método, y ya calculadas las dos cuartetas de dígitos (la primera y la última), éstas se unen en orden para completar la raíz de ocho dígitos.

Primer paso.

Se ocupan los últimos cuatro dígitos de la potencia que se designarán con las letras *dcba*, siendo a el último dígito de la potencia. Las reglas del procedimiento son:

a) El último dígito de la raíz es igual al último dígito de la potencia.

b) El penúltimo dígito de la raíz es igual *a*,

$$7b \bmod 10 \qquad \text{para } a = 1 \text{ o } 7$$
$$7b\,(b–2) \bmod 10 \qquad \text{para a} = 3 \text{ o } 9$$

c) Los dos siguientes dígitos (el antepenúltimo y el ante-antepenúltimo) se calculan a partir de las siguientes fórmulas:

$$70d – 23c + 26b^2 + b(20c + 8) – [b/3] \bmod 100 \qquad \text{para } a = 1$$
$$70d + 17(c + 1) + 32b^2 + b(40c + 42) – [b/3] \bmod 100 \qquad \text{para } a = 3$$

donde [ ] y [ ] son las funciones techo y piso respectivamente. Estas funciones son de parte entera ($f: \mathbb{R} \rightarrow Z$) y se definen como $[x] = \min\{k \in Z \mid x \leq k\}$ y como $[x] = \max\{k \in Z \mid x \geq k\}$. A estas funciones a veces se les nombra menor y mayor entero respectivamente.

d) Para el caso $a = 7$ se toma el resultado de la resta 10000-*dcba* para calcular los cuatro últimos dígitos de la raíz, la cual termina en 3 y por lo tanto se deberá utilizar la correspondiente fórmula para $a = 3$.

e) Para el caso $a = 9$ se utiliza 1000-*dbca*, la resta termina en 1. Por lo que se deberá utilizar la fórmula correspondiente para $a = 1$. El resultado obtenido deberá restarse de 10000 y esto dará la respuesta buscada.

Segundo paso.

La segunda parte, esto es, el cálculo de los primeros cuatro dígitos de la raíz será descrita a continuación. En este caso se emplean los cinco primeros dígitos de la potencia consultando (o memorizando) la tabla A2.

5. Véase Beaumont y Pierce, 1968.

6. Véase el capítulo 3 del libro de Doerfler (2011: 86)

Continúa

Para comenzar, recordamos al lector que la raíz que buscamos es un número entero comprendido en el intervalo marcado por los números 41 246 263 y el 49 238 827 ya que cualquier número en ese intervalo elevado a la potencia 13, produce exactamente un número de 100 dígitos. Es claro entonces que los primeros cuatro dígitos de la raíz se encuentran en el intervalo 4 124 y 4 923. La primera columna de la tabla A2 muestra nueve valores iniciales de los posibles cuatro primeros dígitos de la raíz, distribuidos convenientemente. La segunda columna nos muestra el valor que tienen los primeros dígitos de la potencia para el valor inicial de la raíz, por ejemplo:

$$(49.02)^{13} = 1\ 273\ 293\ 801\ 523\ 067\ 999\ 407.9651385773 \cong 1\ 273 \times 10^{18}$$

Hacemos notar que los primeros cuatro dígitos de esta potencia son 1273 y están escritos en el primer casillero de la segunda columna de la tablita. El lector puede cerciorarse que los primeros cuatro dígitos que aparecen en cada casilla de esta columna surgen de elevar a la potencia 13 el número raíz dado en la correspondiente línea de la primera columna. La tercera columna muestra un multiplicador que será usado más adelante en una fórmula que sirve para corregir el valor inicial del número raíz y así aproximarlo al valor real.

Los pasos a seguir son:

a) Tome los primeros cinco dígitos de la potencia (haga un redondeo en el último dígito) y divídalos entre 10. De esta manera el quinto dígito será un decimal. Llame a este número *S*, compare *S* con los valores dados en la columna *P* (segunda columna) de la tabla A2; usando el siguiente criterio, escoja el que más se acerque: si *S* es menor a 1/3 de la diferencia entre dos valores consecutivos de *P*, escoja la *R* y la *P* correspondientes al renglón inferior; en caso contrario, escoja los dos valores del renglón correspondiente.

b) Calcule la diferencia $D = (S–P)/10\ 000$ con cuatro decimales. Encuentre con la fórmula de abajo la corrección con tres decimales y súmesela a *R*,

$$\text{Corrección} = nD - \frac{6(nD)^2}{R}$$

Generalmente solo es necesario la corrección del primer término (nD); sin embargo, si este valor es grande el segundo término provee una corrección adicional, esta corrección se conoce como término de Chebyschev.

c) Junte los cuatro dígitos aquí obtenidos con los últimos cuatro que obtuvo en la primera parte del método. Hay ocasiones en las que al juntarlos tendrá que decidir sobre el valor del último de los primeros cuatro dígitos. Por ejemplo, si los primeros cuatro fueron 4622 y los últimos 3456, es claro que el resultado es 46 223 456, pero si los cuatro últimos fueran 7521, tendría que ajustar el valor del último de los cuatro primeros, esto es de 4 622 a 4621 para obtener el resultado 46217521 en lugar de 46227521, ya que 17 es más cercano a 20 que a 27.

Anexo B. **El resultado de Herbert B. de Grote.**

Ahora aplicaremos el método Doerfler-Forster para obtener el resultado obtenido por el calculista mexicano Herbert B. de Grote con el que impuso en 1970 la marca mundial. El número que se le dio fue:

$$\sqrt[13]{\begin{array}{l}4, 407, 635, 218, 726, 232, 195, 192, 193, 450, 148, 523, 982, 890, 641, 353, 896, 014,\\ 526, 596, 739, 813, 550, 781, 484, 300, 098, 435, 551, 339, 030, 434, 008, 477\end{array}}$$

Cálculo de los últimos cuatro dígitos:

• Los cuatro últimos dígitos son 8477 y la potencia termina en 7. Se aplica la regla 5 de la primera parte: 10 000 – 8477 = 1523. Esto significa que $a = 3$, $b = 2$, $c = 5$ y $d = 1$.

• Como en este caso $a = 3$ aplicamos la segunda fórmula 2 dada en el inciso *b*) del primer paso,

$7b\ (b–2) \bmod 10$

$7b\ (2–2) \bmod 10 = 0$

lo que significa que los dos últimos números que debemos usar son 03

• Aplicamos la regla *c*) del primer paso para obtener los dos primeros dígitos de este cuarteto

$$70d + 17\ (c + 1) + 32b^2 + b(40c + 42) - [b/3] \bmod 100 \text{ para } a = 3$$
$$70 \times 1 + 17\ (5 + 1) + 32 \times 2^2 + 2\ ((40 \times 5) + 42) - 0 \bmod 100 = 84$$

• Juntamos los dígitos 84 03 y aplicamos la regla *d*) del primer paso

$$10\ 000 - 8403 = 1597$$

Esto significa que la raíz es el número 4???1597

Calculemos ahora los dígitos que nos faltan de acuerdo con las reglas del segundo paso. Los primeros cinco dígitos de la potencia son 44076 que divididos entre 10 nos da 4407.6 (regla *a*).

• Inspeccionando la columna *R* en la tabla 5, encontramos que el valor más cercano es 46.26 y en ese mismo renglón, pero en la columna *P*, el valor correspondiente es 4443

• Calculamos entonces la diferencia *D* usando la regla *b*)

$$D = (4407.6 - 4443)\ /\ 10000 = -0.0035 \text{ (tomando 4 decimales)}$$

• La corrección a primer orden es usando la regla *b*)

$$\text{Corrección} = nd = 8\ (-0.0035) = -\ 0.028$$

El multiplicador 8 se toma del lugar correspondiente en la tabla A2. Noten que la corrección es pequeña por lo que no hay necesidad de calcularla a segundo orden.

• Sumamos la corrección

$$46.26 - 0.028 = 46.232$$

Tomamos los cuatro primeros dígitos 4623

• A estos los juntamos con los cuatro últimos dígitos obtenidos en la parte primera para finalmente obtener el resultado buscado:

$$\boxed{\begin{array}{c}46\ 231\\597\end{array}}$$